ЕГЭ 2010

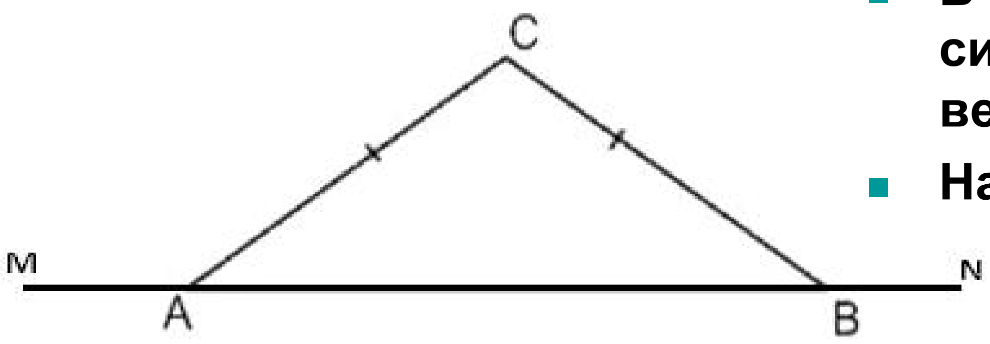
Задачи по геометрии.

Учитель математики
МОУ Лицей №19
Балашова
Елена Владимировна

Задания В4.

- В задании В4 проверяются знания простейших тригонометрических формул и умение проводить по этим формулам преобразования и вычисления. При этом могут встретиться задачи, связанные с необходимостью нахождения длин, углов и площадей. А учитывая содержания открытого банка заданий, наиболее вероятной является задача, в которой требуется по известным элементам треугольника (равнобедренного или прямоугольного) найти некоторый другой его элемент.

Задача №1



- В треугольнике *ABC* *AC=BC=5*, синус внешнего угла при вершине *A* равен $\frac{7}{25}$.
- Найдите *AB*.

- **Решение:**

AC = BC => ∠ CAB = ∠ CBA

sin ∠ CBN = sin ∠ CAM= $\frac{7}{25}$

sin (180 – λ) = sin λ => sin ∠CBN = sin ∠ CBA = $\frac{7}{25}$

CH $\perp$ *AB => sin ∠ CBH =* $\frac{CH}{CB}$

$\frac{7}{25} = \frac{CH}{5}$ *=> CH =1,4 =>* $AB^2 - CB^2 - CH^2$ *= 25 – 1,96 = 23,04 => HB = 4,8*

AB = 2HB

AB = 9,6

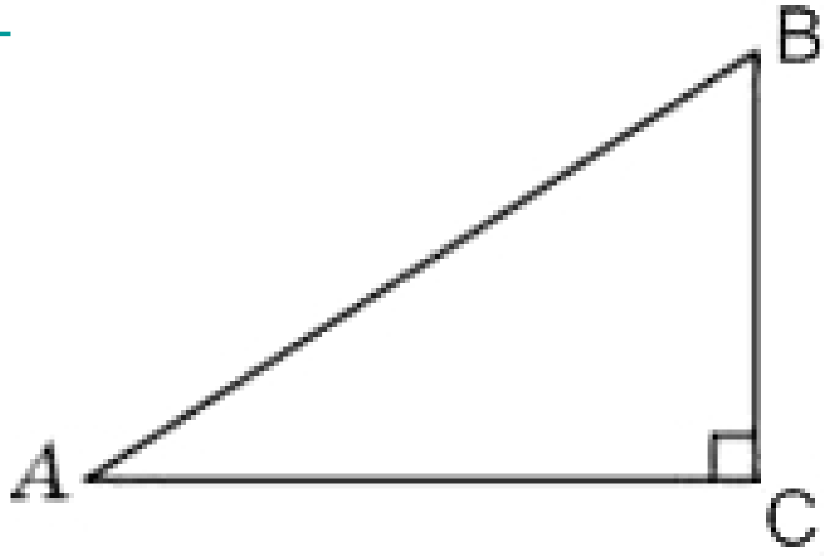
Ответ: 9,6

Задача №2

- **В треугольнике *ABC*:**

$\angle C = 90°$, $AB = 25$, $tg \angle A = \frac{4}{3}$

Найдите AC.



- ***Способ №1***

$AC = AB \cos \angle A$

$tg\, A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{3}$

$\sin A = \frac{4}{3} \cos A$ $\quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\frac{25}{9} \cos^2 = 1$

$\cos A = \frac{3}{5}$

$AC = \frac{3}{5} \cdot 25 = 15$

- ***Способ №2***

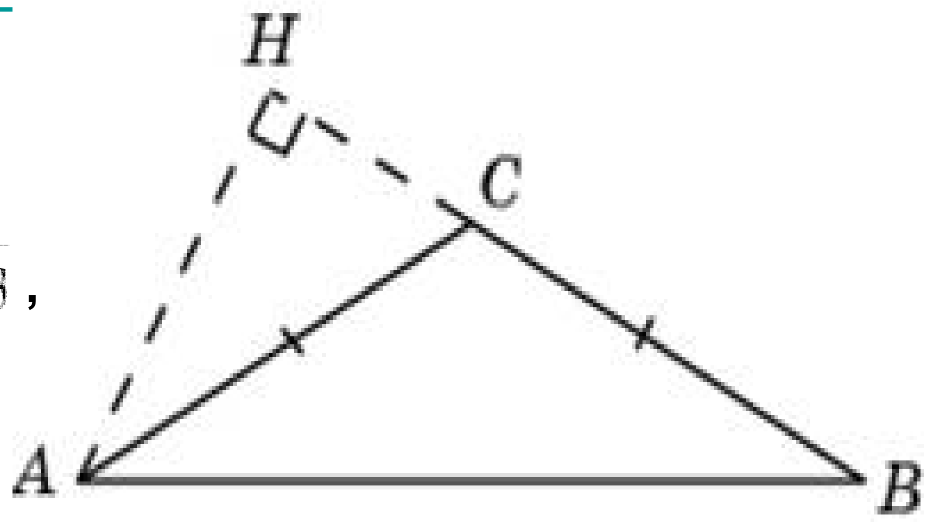
$tg\, A = \frac{CB}{AC} = \frac{4}{3}$ $\quad$ $\Rightarrow CB = 4x$, $AC = 3x$,

т.к. $AB = 25$, то $x = 5$ и $AC = 15$

Ответ: $AC = 15$

Задача №3

- В треугольнике *ABC*: $AC = BC = 2\sqrt{3}$, $\angle$ C равен 120°.
- Найдите высоту *AH*.



- ***Решение:***

$\angle$ *HCA = 180° - 120° = 60°*

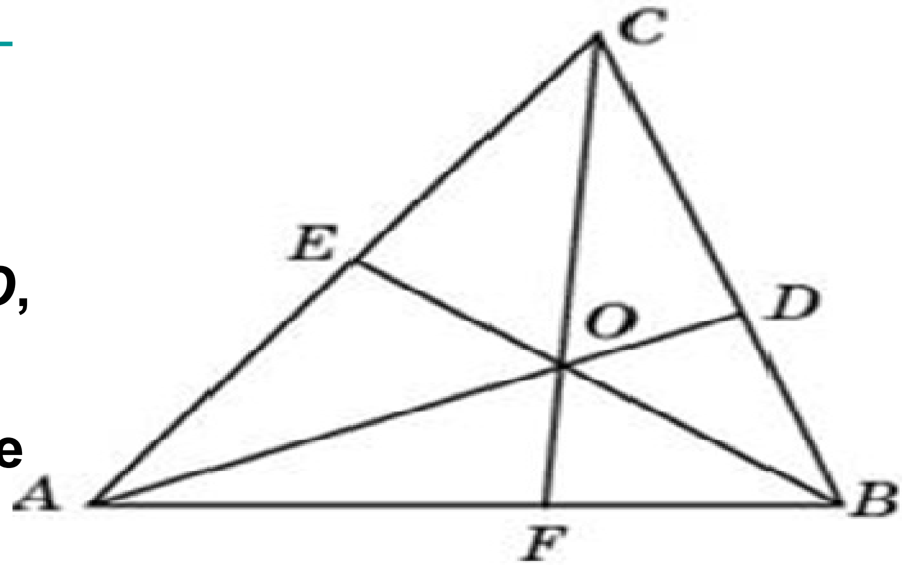
$\angle$ *HAC = 30° => HC =* $\sqrt{3}$

AH = $\sqrt{AC^2 - HC^2}$ *=* $\sqrt{12 - 3}$ *= 3.*

Ответ: 3.

Задача №4

- В треугольнике *ABC* угол *A* равен 60°, угол *B* равен 82°. *AD*, *BE* и *CF* — биссектрисы, пересекающиеся в точке *O*. Найдите угол *AOF*. Ответ дайте в градусах.



- ***Решение:***

∠A +∠B + ∠C = 180°

∠C = 180° - (60° + 82°) = 38°

∠COB = 180° - (41° + 19°) = 120°

∠ADB = 180° - (30° + 81°) = 68°

∠DOB = 180° - (41° + 68°) = 71°

∠COD = ∠ AOF как вертикальные.

∠COD = ∠COB - ∠DOB = 120° - 71° = 49°.

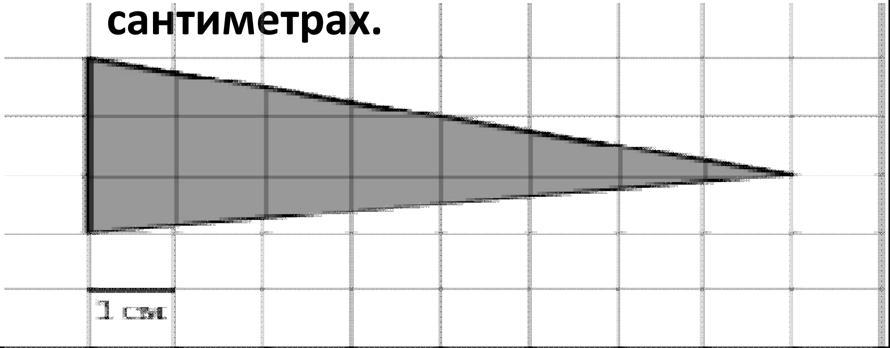
Ответ:∠ AOF = 49°

Задачи B6

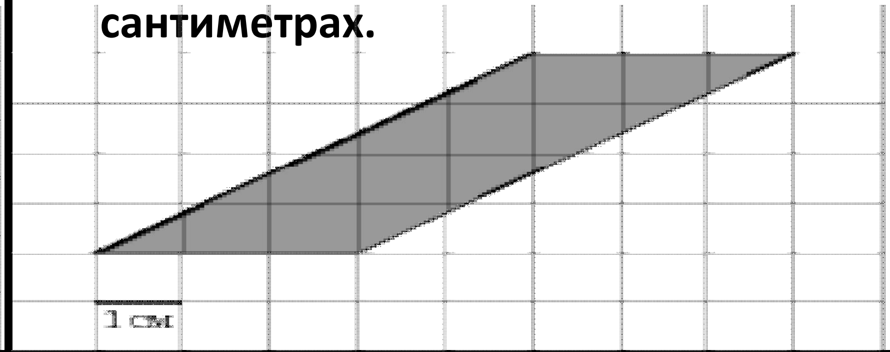
- Заданиях B6 проверяется умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. При этом могут встретиться задачи, связанные с нахождением длин, углов и площадей. Следует повторить формулы, по которым вычисляются площади треугольников, трапеций, параллелограммов, круга и сектора.

Типичные задачи В6

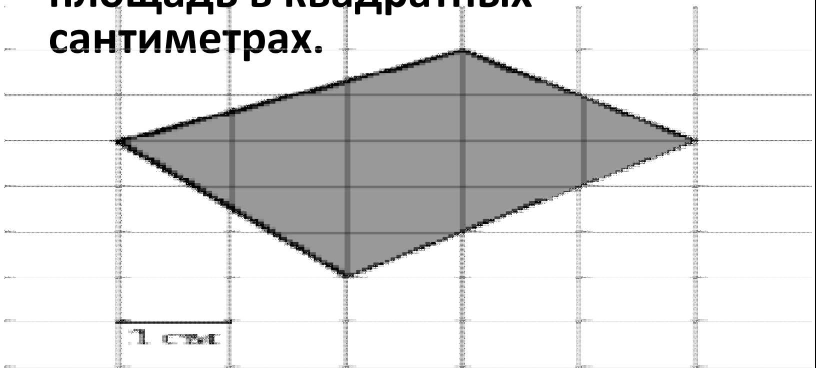
- **На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см * 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.**



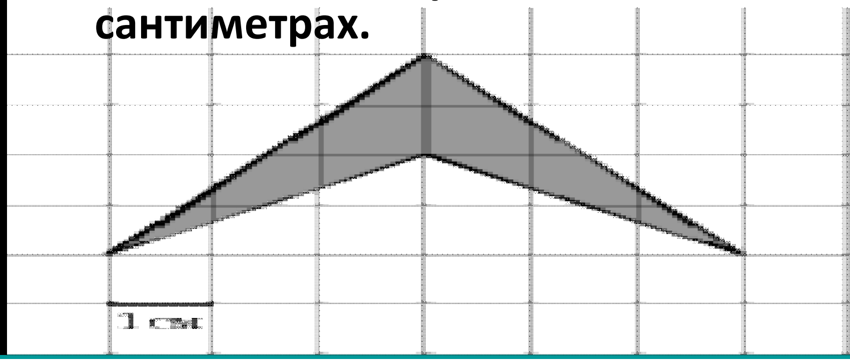
- **На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см * 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.**



- **На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см * 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.**

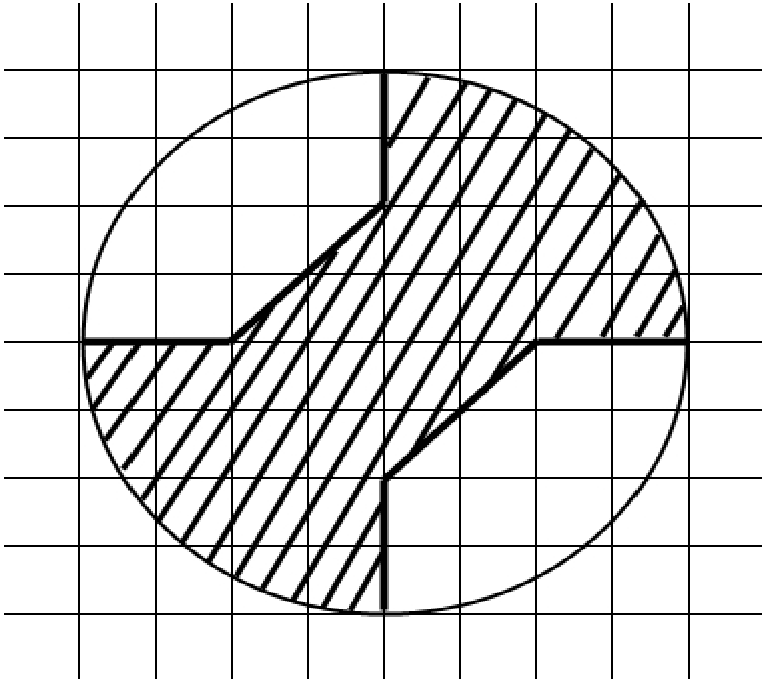


- **На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см * 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.**



Задача №1

- На клеточной бумаге с клетками размером 1см · 1 см заштрихована фигура. Найдите её площадь в квадратных сантиметрах.
- В ответе укажите $\frac{S}{2\pi+1}$



- ***Решение:***

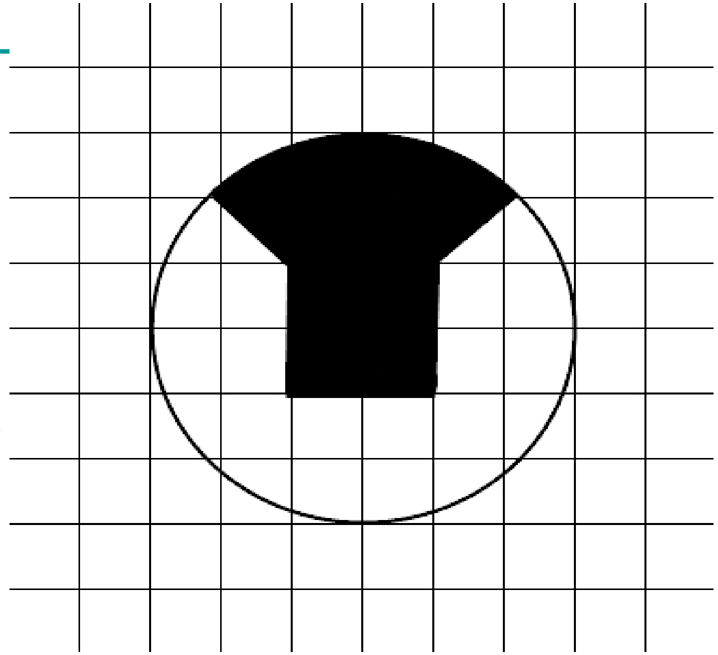
$S = \frac{\pi R^2}{2} + 4 = \frac{\pi \cdot 16}{2} + 4 = 8\pi + 4$

$\frac{S}{2\pi+1} = \frac{4(2\pi+1)}{2\pi+1} = 4$

Ответ: 4.

Задача №2

- **На клеточной бумаге с клетками размером 1см * 1см изображена фигура. Найдите площадь закрашенной фигуры в квадратных сантиметрах и укажите в ответе значение $\frac{S}{9\pi + 12}$**



- ***Решение:***

$S_1 = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^0} = \frac{\pi 9 * 90}{360^0} = \frac{9\pi}{4}$

$S_2 = 3$

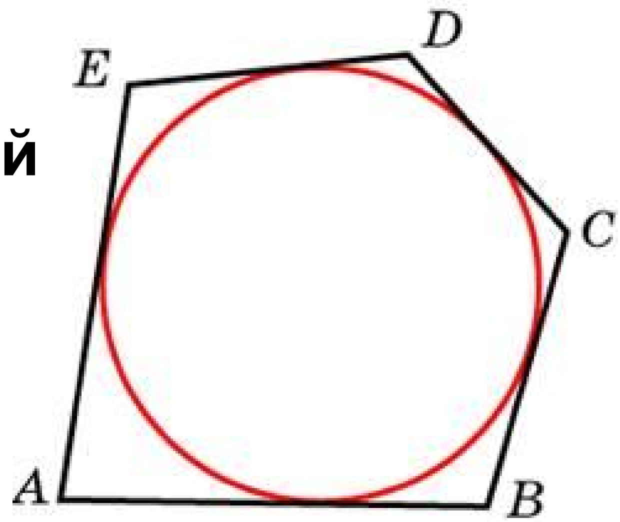
$S = \frac{9\pi}{4} + 3 = \frac{9\pi + 12}{4}$

$\frac{S}{9\pi + 12} = \frac{9\pi + 12}{4} \cdot \frac{1}{9\pi + 12} = 0{,}25.$

Ответ: 0,25.

Задача №3

- **Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, площадь которого равна 33.**
- **Найдите его периметр.**



- ***Решение:***
- ***Обозначим стороны многоугольника a, b, c, d, e.***
- ***Тогда*** $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot b + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot c + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot d + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot e = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (a + b + c + d + e) = 33$
- $P = (a + b + c + d + e) = 33 \cdot \frac{2}{3} = 22$

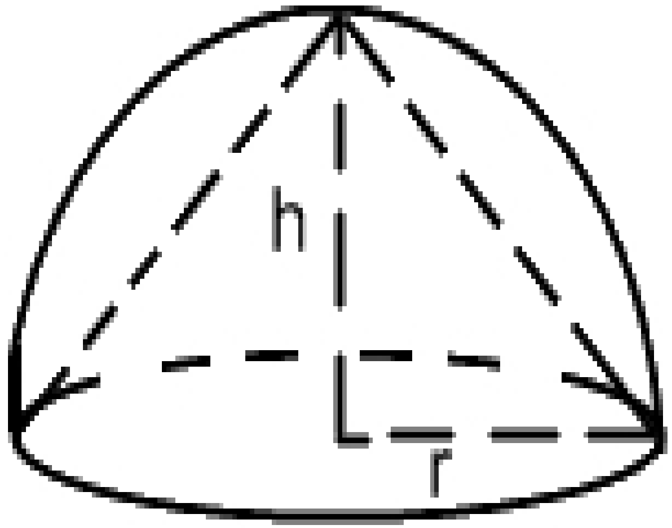
- ***Ответ: 22.***

Задачи В9

- Что можно посоветовать при подготовке к решению задания В9?
- Повторить все формулы из курса стереометрии, связанные с нахождением площади поверхность и объема различных геометрических тел.

Задача №1

- **Конус и полушар имеют общее основание и равные высоты. Известно, что объем полушара равен 240 кубических метров. Найдите объем конуса, ответ дайте в кубических метрах.**



- ***Решение:***

Vкн = $\frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^3$

$V_{\text{пш}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3$

$\frac{2}{3}\pi R^3 = 240$ ***м³***

$\frac{1}{3}\pi R^3 = 120$ ***м³***

Ответ: 120 м³

Задача №2

- **Площадь основания правильной пятиугольной пирамиды равна 17, а все двугранные углы при основании равны 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.**

- ***Решение:***

$$s_{осн} = 17 = 5 \cdot \frac{1}{2} a \cdot OK$$

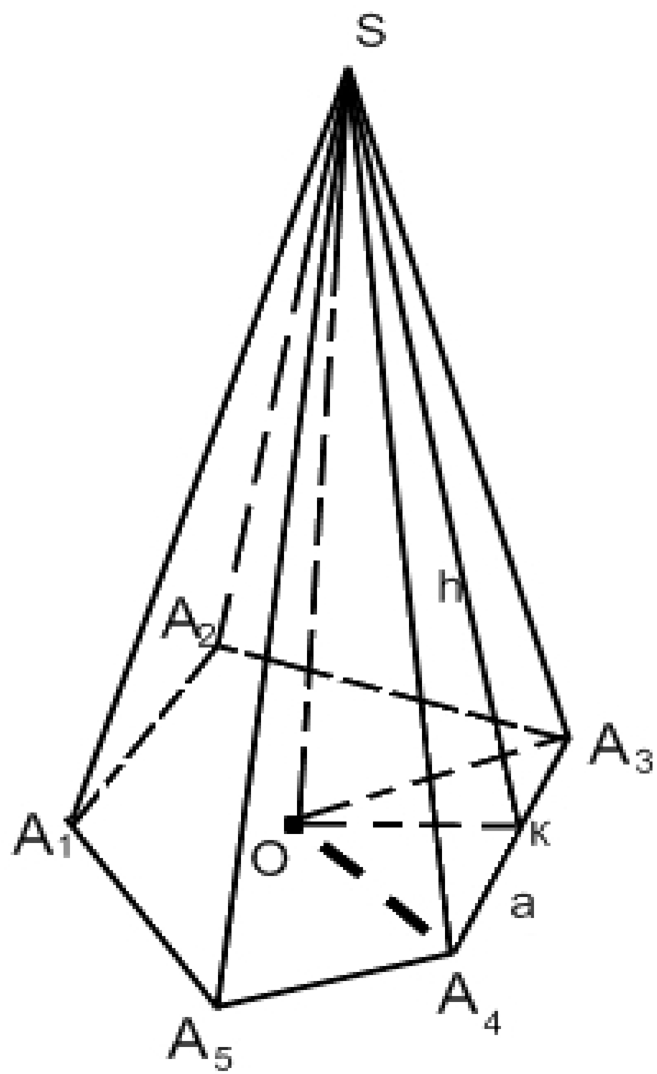
Из треугольника SOK, где ∠ K=60° =>

$$OK = \frac{1}{2} SK$$

$$17 = \frac{5}{2} a \cdot \frac{1}{2} SK = \frac{5}{4} a \cdot SK \qquad a \cdot SK = \frac{17 \cdot 4}{5}$$

$$S_{бок} = 5 \cdot \frac{1}{2} a \cdot SK = \frac{5}{2} a \cdot SK$$

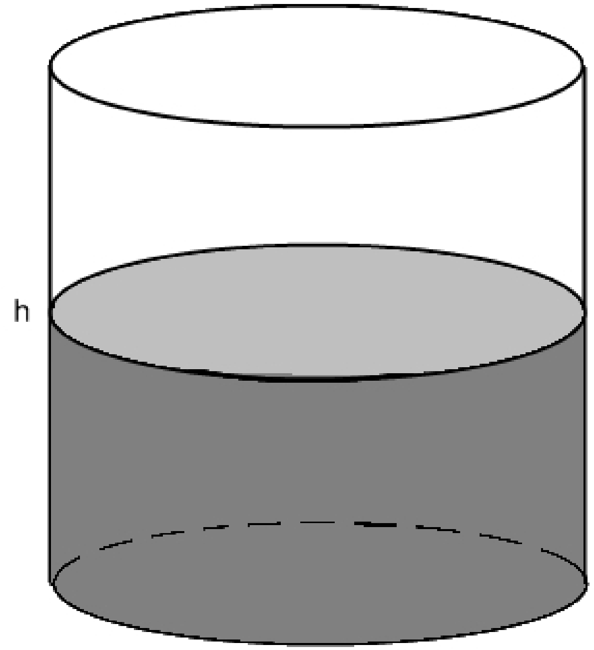
$$S_{бок} = \frac{5}{2} \cdot \frac{17 \cdot 4}{5} = 34$$



Ответ: 34.

Задача №3

- **Закрытая канистра имеет форму цилиндра высотой 50 см. В неё залито 16 литров бензина до уровня 20 см от дна канистры. Сколько литров бензина нужно долить, чтобы заполнить канистру доверху?**



- ***Решение:*** $V = \pi R^2 \cdot h$

Способ 1:

$V = \pi R^2 \cdot 20 = 16$

$$\pi R^2 = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

$V_{канистры} = \pi R^2 \cdot H = \pi R^2 \cdot 50 = 50 \cdot 0{,}8 = 40$

V = 40 – 16 = 24 литра

Способ 2:

20 см – 16 л - $\frac{2}{5}$ *от всего объема.*

30 см - ? л - $\frac{3}{5}$ *от всего объема.*

$\frac{3}{5}$ *- 24 литра*

Ответ: 24 л.

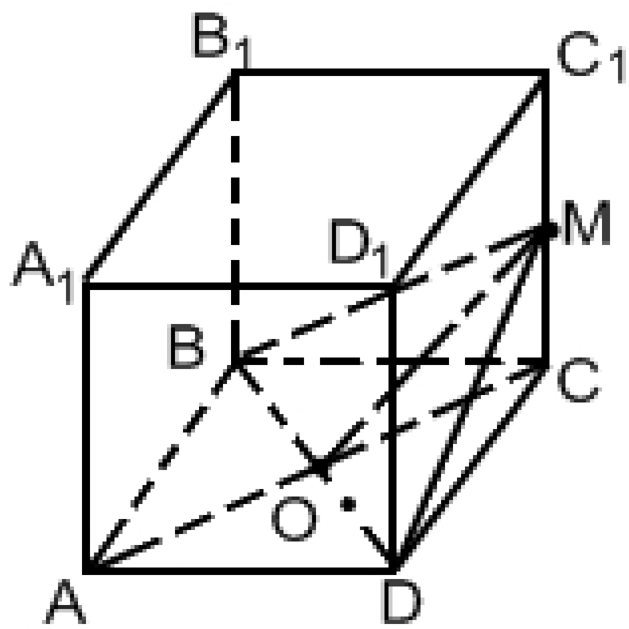
Задачи С2

- Задание С2 представляет собой стереометрическую задачу. Согласно плану экзамена эта задача также предполагается несложной. Для получения правильного ответа в этой задаче потребуется лишь умение решать несложные планиметрические задачи, а также хорошее владение следующими понятиями:

1. параллельность прямых и плоскостей в пространстве;
2. перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве;
3. угол между прямой и плоскостью;
4. двугранный угол между плоскостями;
5. угол и расстояние между скрещивающимися прямыми.

Задача №1

- В правильном четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания равна 5, а высота равна $5\sqrt{2}$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости BDM, где M – середина ребра CC_1



- ***Решение:***

$$V_{ABDM} = \frac{1}{3} S_{ABD} \cdot MC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{25\sqrt{2}}{2} = \frac{125\sqrt{2}}{12}$$

$$V_{ABDM} = \frac{1}{3} S_{BMD} \cdot d = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5\sqrt{2} \cdot d = \frac{25\sqrt{2}}{6}$$

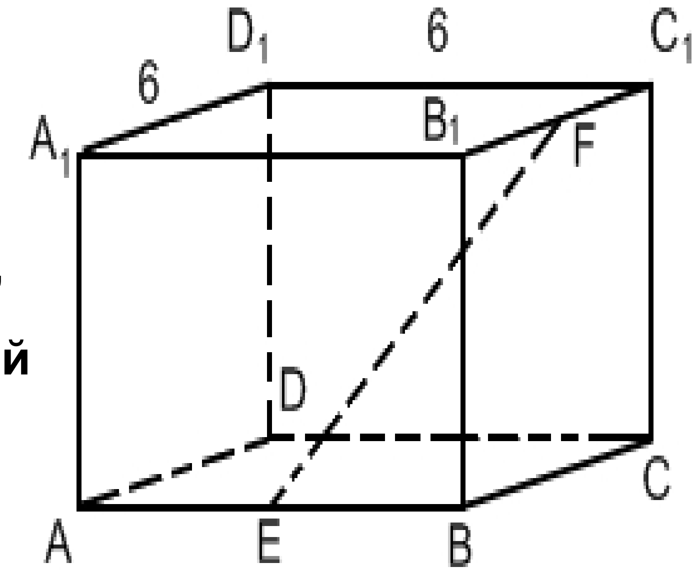
$$\Rightarrow \frac{125\sqrt{2}}{12} = \frac{25\sqrt{2} \cdot d}{6}$$

d= 2,5

Ответ: 2,5

Задача №2

- **В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AA_1 = 4$, $A_1D_1 = 6$, $C_1D_1 = 6$, найдите тангенс угла между плоскостью ADD_1 и прямой EF, проходящей через середины ребер AB и B_1C_1 .**



- ***Решение:***

Найдем угол между прямой EF и плоскостью грани BB_1C_1C. Точка B – проекция точки E на эту плоскость.

Искомый угол есть $\angle EFB$.

$$EB = \frac{6}{2} = 3. \qquad FB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5. \qquad tg\angle EFB = \frac{3}{5}.$$

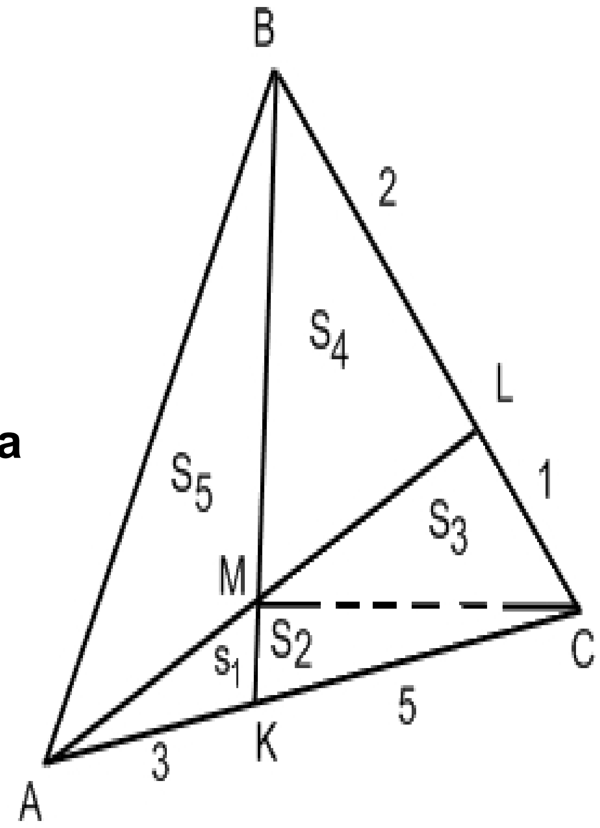
Ответ: 0,6

Задачи С4

- В задании С4 будет предложено решить планиметрическую задачу. Эта задача не будет простой, но и слишком сложной назвать её нельзя.

Задача №1

- **В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка K так, что AK : KC = 3 : 5. На стороне BC точка L так, что BL : LC = 2 : 1. Отрезки AL и BK пересекаются в точке M. Найдите площадь треугольника ABM, если площадь треугольника ABC равен 38.**



- ***Решение:***

$$S_{ALC} = \frac{1}{3} \cdot 38 = S_1 + S_2 + S_3 \qquad S_{ABL} = \frac{2}{3} \cdot 38 = S_4 + S_5$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5} \quad S_2 = \frac{5S_1}{3} \qquad \frac{S_3}{S_4} = \frac{1}{2} \quad => \quad S_4 = 2S_3$$

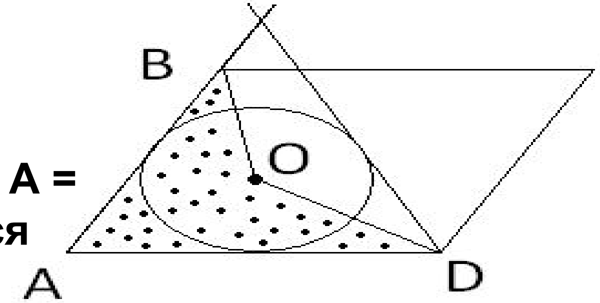
$$\begin{cases} S_1 + S_2 + S_3 = \dfrac{38}{3} \\ S_2 + S_3 + S_4 = \dfrac{5 \cdot 38}{8} \end{cases} \qquad \begin{cases} S_1 + \dfrac{5}{3}S_1 + S_3 = \dfrac{38}{3} \\ \dfrac{5}{3}S_1 + S_3 + 2S_3 = \dfrac{5 \cdot 38}{8} \end{cases} \quad =>$$

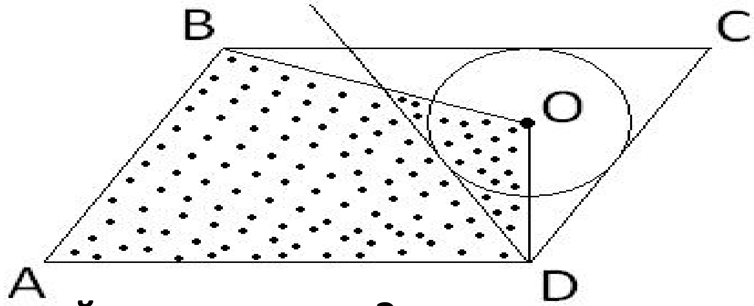
$$S_3 = 6\frac{38}{57} \qquad S_4 = \frac{760}{57} \qquad S_5 = 12$$

Ответ: 12

Задача №2

- **Дан параллелограмм ABCD, AB = 2, BC = 3,∠A = 60°. Окружность с центром в точке O касается биссектрисы угла D и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного его угла. Найдите площадь четырехугольника ABCD.**





- ***Решение:***

Окружностей две: каждая из них – вписанная в правильный треугольник. Эти треугольники имеют стороны равны 3 и 2 – соответственно. Поэтому радиусы окружностей равны третьей части высоты правильного треугольника.

Для треугольника со стороной 3 радиус равен $r_1 = \frac{3 \cdot \sin 60^0}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S_{ABOD} = \frac{1}{2}AB \cdot r + \frac{1}{2}AD \cdot r = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

Для треугольника со стороной 2 радиус равен $r_2 = \frac{2 \cdot \sin 60^0}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$S_{ABOD} = AB \cdot AD \cdot \sin 60^0 - \frac{1}{2}BC \cdot r - \frac{1}{2}CD \cdot r = \frac{13\sqrt{3}}{6}$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ $\frac{13\sqrt{3}}{6}$